Master of Science (MSc) Sozioökonomie

Sommersemester 2019

Modelle und Anwendungsgebiete der Demographie (Kurs 2)

Dozent: Dr. Marc Luy

09.04.2019

Format für die finalen Artikel

OXFORD
ACADEMIC

International Journal of
Epidemiology

Issues | Advance articles | Submit ▾ | Purchase | Alerts | About ▾

INSTRUCTIONS TO AUTHORS

All manuscripts must be submitted online. Once you have prepared your manuscript according to the instructions below please visit the online submission web site here . Further technical guidance on submitting your manuscript online via ScholarOne is available here .

https://academic.oup.com/ije/pages/Instructions_To_Authors

3.
Das Modell der stabilen Bevölkerung

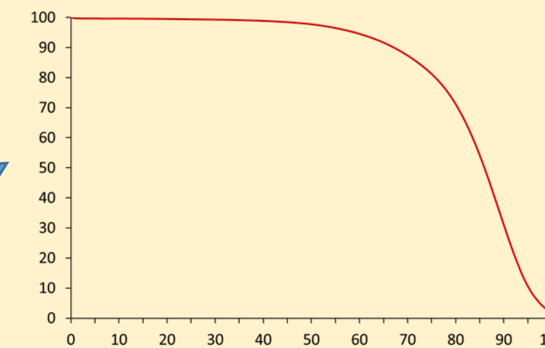
Annahmen und Anwendungsgebiete des stabilen Bevölkerungsmodells

Dem stabilen Bevölkerungsmodell liegen vier zentrale Annahmen zugrunde

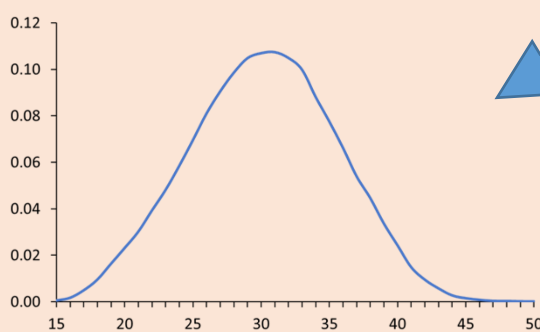
Eigenschaften einer stabilen Bevölkerung

(1) Es gibt nur ein Geschlecht

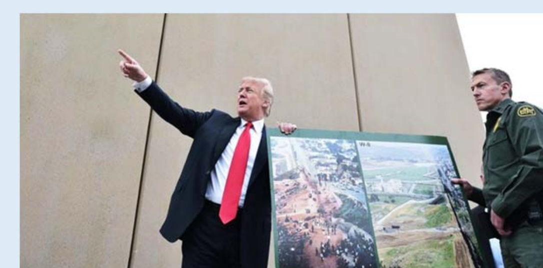
(2) Die Mortalität ist konstant



(3) Die Fertilität ist konstant

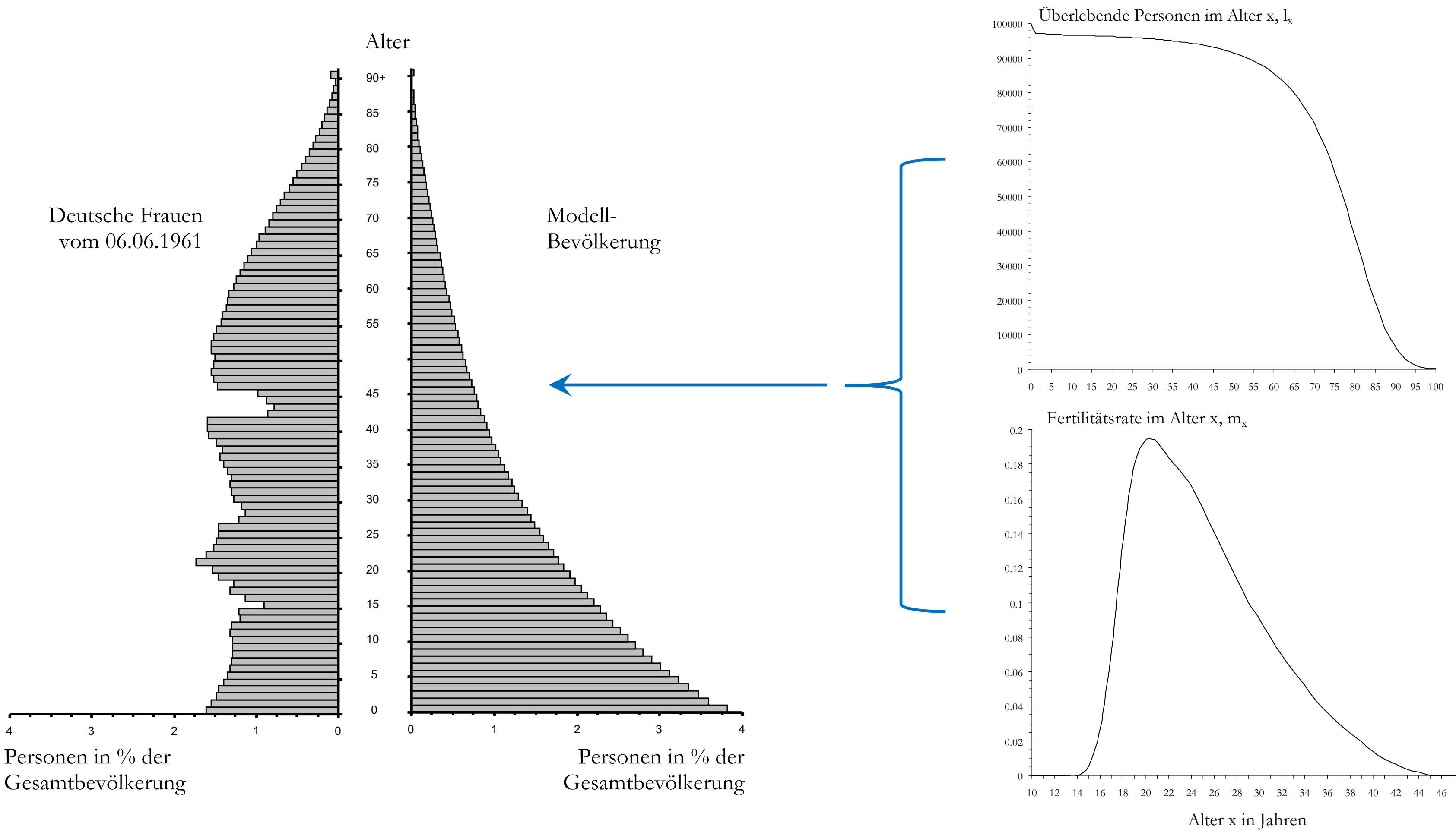


(4) Es gibt keine Außenwanderungen

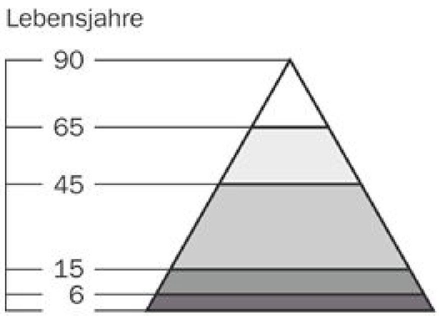


Bilderquellen: https://i0.gmx.at/image/984/33550984,pd=3,f=lead-xl/donald-trump-lage-nation-demokratinnen-weiss.jpg; www.stuttgarter-nachrichten.de/media.media.5c5ac1ab-e34b-4fc8-8aad-0c70381570d9.original1024.jpg

Modellannahmen führen zu konstanter Wachstumsrate und einem gleichmäßig strukturierten Altersaufbau

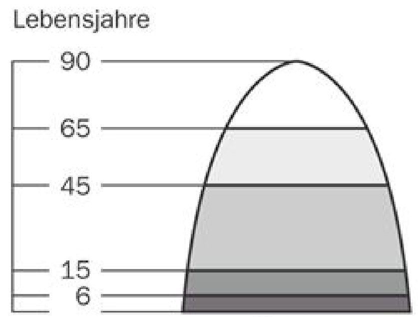


Stabile Bevölkerungen können drei verschiedene Grundaltersstrukturen aufweisen



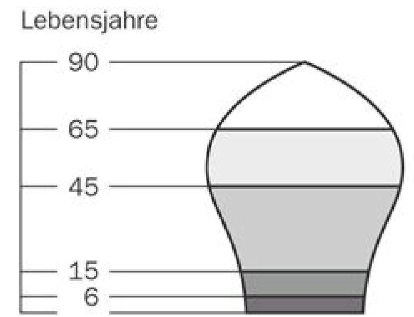
Pyramide

- Wachstumsrate > 0
- Wachsende Bevölkerung
- Junger Altersaufbau
- Hohe Geburtenrate



Glocke

- Wachstumsrate = 0
- Stationäre Bevölkerung
- Eher ausbalancierter Altersaufbau



Urne (Zwiebel)

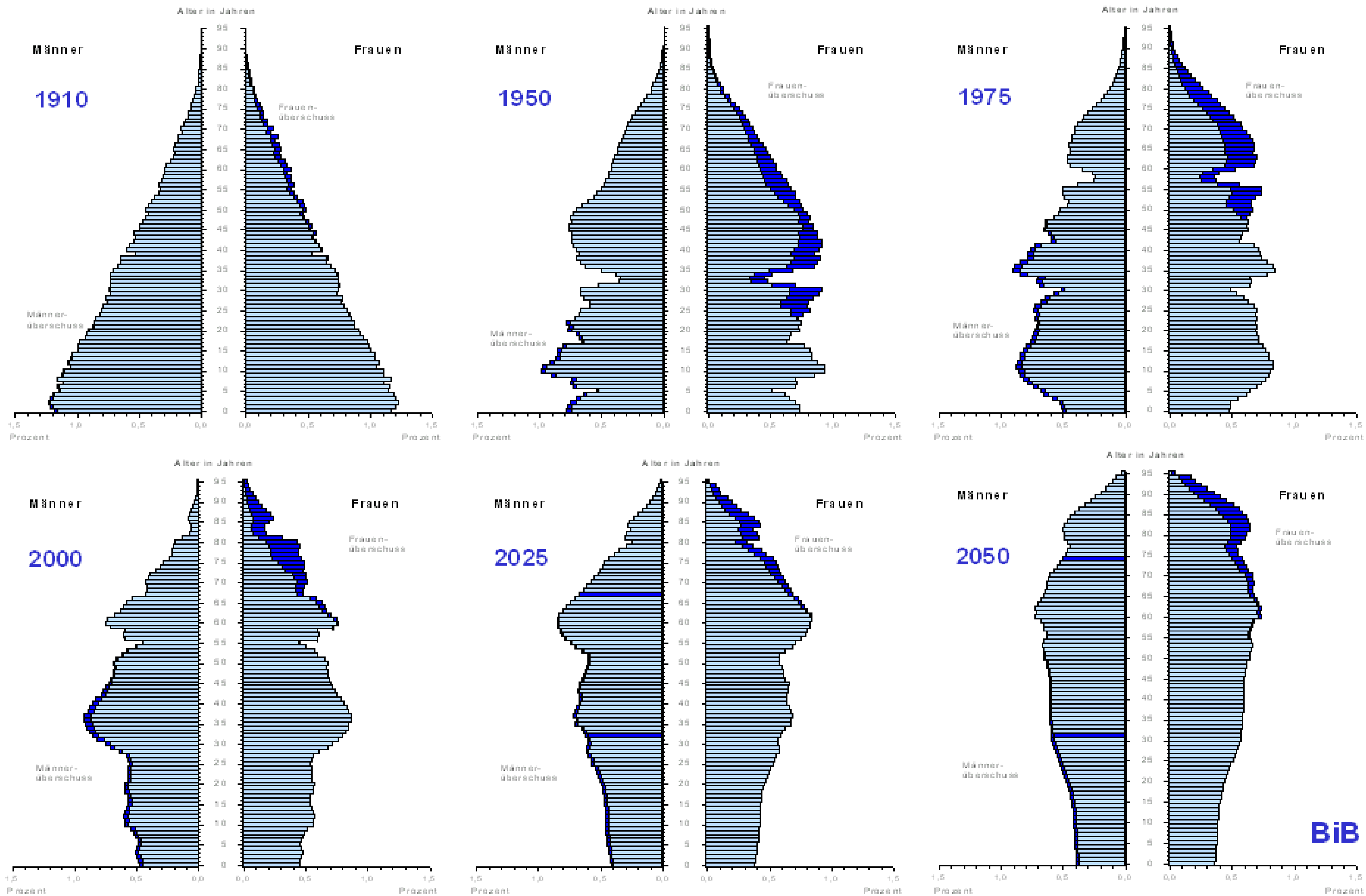
- Wachstumsrate < 0
- Schrumpfende Bevölkerung
- Hohes Durchschnittsalter
- Geringe Geburtenrate

Abbildungen: https://slideplayer.org/slide/9033040/27/images/6/Bev%C3%B6lkerungspyramiden.jpg

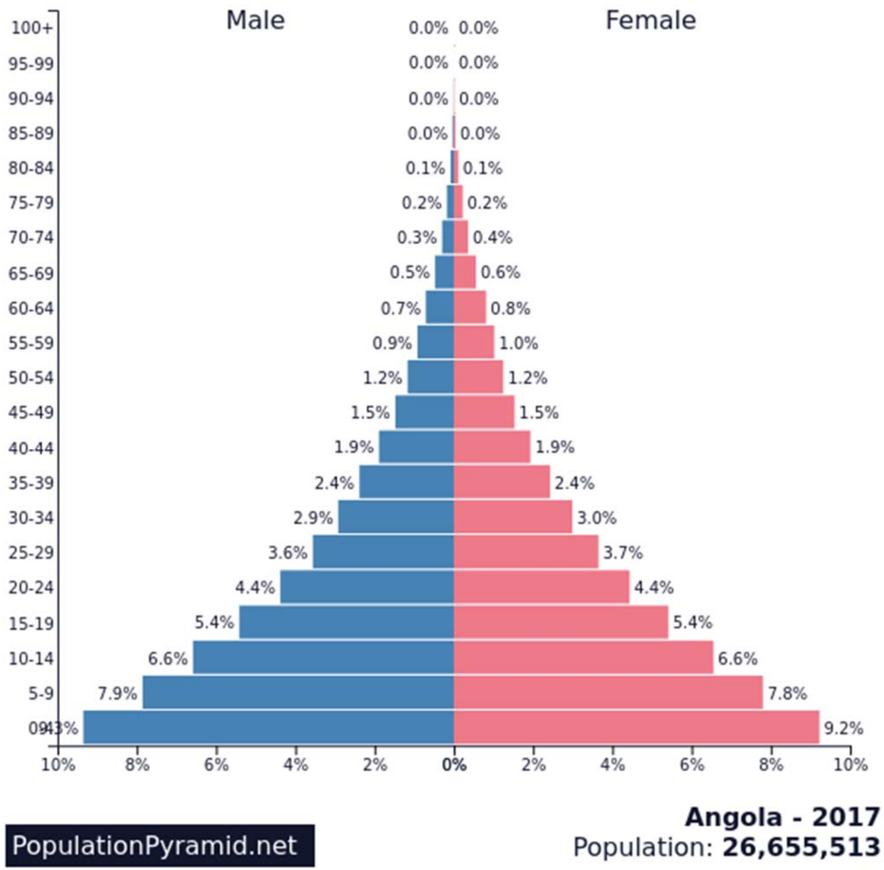
Warum interessiert man sich überhaupt für ein so unrealistisches Bevölkerungsmodell?

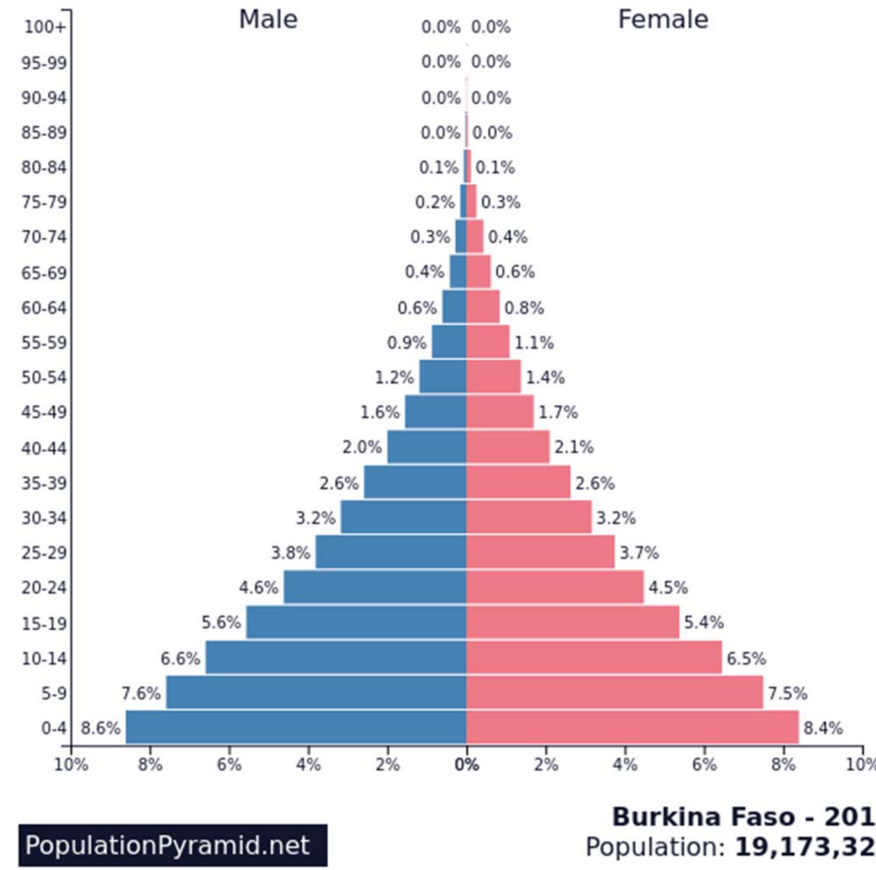
- Vereinfachung der komplexen Realität auf einige wesentliche Grundstrukturen, anhand derer versucht wird, Aussagen über bestimmte Phänomene der realen Welt zu gewinnen
- Es erlaubt die Definition und die Beschreibung bestimmter demographischer Parameter, die nur in diesem Modell abzuleiten und interpretierbar sind
- Im Rahmen des Modells lassen sich Aussagen machen über die Auswirkungen von Parametervariationen auf die einzelnen Modellelemente
- Schätzung demographischer Informationen bei Fehlen von exakten Bevölkerungsdaten (v.a. Entwicklungsländer und Historische Demographie)

Die Bevölkerungsstruktur resultiert aus der vergangenen Entwicklung demographischer Ereignisse



Die Altersstruktur vieler Entwicklungsländer deutet auch heute noch auf ein relativ stabiles Wachstum hin





Abbildungen: https://www.populationpyramid.net/

Wegen seiner praktischen Anwendung gibt es eine Reihe modifizierter Varianten des stabilen Modells

- **Quasi-stabile Bevölkerung:** konstante Fertilität, aber kontinuierlich sinkende Mortalität (Entwicklungsländer, Historische Demographie)

- **Pseudo-stabile Bevölkerung:** konstante Mortalität, aber kontinuierlich sinkende Fertilität (Industrieländer)

Grundlegende Zusammenhänge im Modell der stabilen Bevölkerung

Aus den spezifischen Annahmen des stabilen Modells resultieren wichtige spezifische Eigenschaften

- Alle Parameter des stabilen Modells stehen in einem eindeutig definierten mathematischen Zusammenhang
- Diese Zusammenhänge ermöglichen die klare Definition bestimmter demographischer Parameter
- Aus der Annahme konstanter Fertilität und Mortalität folgt, dass auch die Wachstumsrate w (bzw. r) konstant ist
- Dies gilt sowohl für die Gesamtbevölkerung P als auch für die Geburtenzahl B und die Sterbefallzahl D
- Diese lassen sich mithilfe der im natürlichen Bevölkerungsmodell hergeleiteten Zusammenhänge darstellen

Im Gegensatz zum natürlichen Bevölkerungsmodell besitzt die stabile Bevölkerung eine Altersstruktur

- Die einzelnen Altersstufen verändern sich in ihrer Bevölkerungszahl ebenfalls mit der Wachstumsrate w, sind aber unterschiedlich stark besetzt
- Die Bevölkerung im Alter x lässt sich aus den gegebenen stabilen Fertilitäts- und Mortalitätsverhältnissen ableiten
- Der zum Zeitpunkt t im Alter x befindliche Geburtsjahrgang wurde vor t-x Jahren geboren und bestand damals aus $B_{t\text{-}x}$-vielen Geburten
- Die Zahl der damaligen Geburten ergibt sich aus:

$$B_{t-x} = B_0 \cdot (1+w)^{t-x}$$

Bestimmung der Bevölkerung im Alter x und der Gesamtbevölkerung im stabilen Modell

- Da von den B_{t-x}-vielen Geburten gemäß der Sterbetafel l_x-viele Personen das Alter x erleben, ergibt sich die Bevölkerung im Alter x aus:

$$P(x)_t = B_0 \cdot (1+w)^{t-x} \cdot l(x)$$

- Die Gesamtbevölkerung zum Zeitpunkt ergibt sich aus der Summe der Personen in den einzelnen Altersstufen:

$$P_t = \sum_0^z P(x)_t = \sum_0^z B_0 \cdot (1+w)^{t-x} \cdot l(x)$$

- Diese Darstellungsweise für P_t verdeutlicht die Einführung einer Alters-struktur im Gegensatz zum natürlichen Bevölkerungsmodell

Im stabilen Modell sind alle demographischen Parameter stabil (unabhängig von der Zeit)

- Die (rohe) Geburtenrate b zum Zeitpunkt t ergibt sich aus der Anzahl der Geburten und der Gesamtbevölkerung zum Zeitpunkt t:

$$b_t = \frac{B_t}{P_t} = \frac{B_0 \cdot (1+w)^t}{\sum_0^z B_0 \cdot (1+w)^{t-x} \cdot l(x)}$$

$$b_t = \frac{1}{\sum_0^z (1+w)^{-x} \cdot l(x)}$$

- Im mathematischen Ausdruck für b_t kommt der Zeitpunkt t nicht mehr vor (Gleiches lässt sich auch für die Sterberate d_t zeigen)

Die Lotka-Gleichung als Beispiel für die eindeutigen mathematischen Zusammenhänge im Modell

- Herleitung der Geburten B_t aus den Mütterjahrgängen des Jahres t:

  $$B_t = f(15) \cdot P_t(15) + f(16) \cdot P_t(16) + \cdots + f(50) \cdot P_t(50)$$

- P(x) resultiert aus den Geburten vor x-Jahren und der Wahrscheinlichkeit, das Alter x zu erleben l(x):

  $$B_t = f(15) \cdot B_{t-15} \cdot l(15) + f(16) \cdot B_{t-16} \cdot l(16) + \cdots + f(50) \cdot B_{t-50} \cdot l(50)$$

- Da die Wachstumsrate w konstant ist, lassen die Geburten jeden Jahres durch die Geburten im Jahr t darstellen:

  $$\begin{aligned} &B_t \\ &= f(15) \cdot B_t \cdot (1+w)^{-15} \cdot l(15) + f(16) \cdot B_t \cdot (1+w)^{-16} \cdot l(16) + \cdots \\ &+ f(50) \cdot B_t \cdot (1+w)^{-50} \cdot l(50) \end{aligned}$$

Die Lotka-Gleichung als Beispiel für die eindeutigen mathematischen Zusammenhänge im Modell

- Durch Ausklammern von B_t auf der rechten Seite ergibt sich:

$$B_t = B_t \cdot \{f(15) \cdot (1+w)^{-15} \cdot l(15) + \cdots + f(50) \cdot (1+w)^{-50} \cdot l(50)\}$$

- Aus Division der Gleichung durch B_t folgt:

$$1 = f(15) \cdot (1+w)^{-15} \cdot l(15) + \cdots + f(50) \cdot (1+w)^{-50} \cdot l(50)$$

- Verallgemeinert dargestellt resultiert die Lotka-Gleichung:

$$1 = \sum_{\alpha}^{\beta} f(x) \cdot l(x) \cdot (1+w)^{-x}$$

Anwendung des stabilen Bevölkerungs-Modells für die dynamische Analyse demographischer Prozesse

Eine Modellbevölkerung zur Charakterisierung dynamischer Prozesse („Dinkelianer“)

- Verkürzung der Lebensspanne auf 10 Altersstufen
- Absterbe-Ordnung (Sterbetafel) für die Modellbevölkerung

Alter	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Personen	1000	900	850	800	780	750	650	500	300	20

- Geburten wachsen mit einer jährlichen Rate von 10 Prozent (w = 0,1)
- Reproduktion erfolgt auf den Altersstufen 3, 4 und 5

Alter	3	4	5
Fertilitätsrate	0,5	0,701	0,7

- Übergang von einem Jahr zum nächsten: zuerst Fertilität, dann Mortalität
- Jahrgang a: 1.000 Geburten; Jahr t: Jahrgang a im Alter 9

Parameter-Abkürzungen

- w(B): Wachstumsrate der Geburtenzahl
- w(P): Wachstumsrate der Gesamtbevölkerung
- b: rohe Geburtenrate (Geburten bezogen auf Gesamtbevölkerung)
- P(3)/P: Anteil der Altersstufe 3 an der Gesamtbevölkerung
- P(7+)/P: Anteil der Altersgruppe 7-9 an der Gesamtbevölkerung
- D-Alter: Durchschnittsalter der Gesamtbevölkerung+
- D(t): Anzahl der Sterbefälle im Jahr t
- w(D): Wachstumsrate der Sterbefälle
- d: rohe Sterberate (Sterbefälle bezogen auf Gesamtbevölkerung)